超导电流在并联电路中的分配研究

章建高

华南师范大学, 广东省高等学校物质结构与相互作用基础研究卓越中心，广东省量子调控工程与材料重点实验室,物理学院,广州 510006

华南师范大学物理前沿科学研究院, 粤港量子物质联合实验室, 广州 510006

摘要

超导体没有电阻的概念，超导电流在并联电路中的分配不能按照正常态的规则来确定。本实验设计了一套可测量超导体并联电路中各分支电路电流大小的装置。该装置利用霍尔效应传感器测量超导电流附近磁场强度及变化来判定超导电流的强度及变化。对超导并联电路的测量结果表明，在超导态和正常态下电流分配机制是不同的。超导电流在并联电路中的分配由并联电路构成的闭合回路里的磁通量守恒规则决定。 本实验验证了超导电流在并联电路的支路中的强度与并联支路的自感系数成反比。

关键词: 超导电性，霍尔传感器，并联电路，铜氧化物超导体

PACS:

74.25.-q Properties of superconductors

74.72.-h Cuprate superconductors

85.30.Fg Bulk semiconductor and conductivity oscillation devices

分类号：O469

E-mail:zhangjiangao@m.scnu.edu.cn

Research on the Distribution of superconducting currents in Parallel Circuits

Jiangao Zhang

Guangdong Basic Research Center of Excellence for Structure and Fundamental Interactions of Matter, Guangdong Provincial Key Laboratory of Quantum Engineering and Quantum Materials, School of Physics, South China Normal University, Guangzhou, 510006，China

Guangdong-Hong Kong Joint Laboratory of Quantum Matter, Frontier Research Institute for Physics, South China Normal University, Guangzhou, 510006，China

Abstract

In this research a measurement device is designed capable of measuring the distribution of superconducting currents in parallel circuit. Hall effect sensors are used to measure changes of the magnetic field near the superconducting current to determine the intensity and variation of the superconducting current. The measurement results indicate that the distribution of superconducting current in parallel circuit is different from that in the normal state. The distribution of superconducting current in parallel circuits is determined by the conservation of magnetic flux in a closed circuit formed by the parallel circuits. The measurements confirm that the intensity of superconducting current in branch circuit of a parallel circuit

is inversely proportional to the self-inductance of the branch circuits.

Keyword: superconductivity, hall sensor, parallel circuit, cuprate superconductors

E-mail: zhangjiangao@m.scnu.edu.cn

1 引言

自从 H K. Onnes[1] 于 1911 年发现超导现象以来的，超导研究一直是物理学的研究热点。在寻找新型超导体方面不断取得进展，如铜氧化物超导体[2]、铁基超导体[3]以及镍基超导体[4]陆续被发现。物理性质方面超导态表现出许多与正常态不同的新奇特性。 W.Meissner 与 R.Ochsenfeld [5]于 1933 年发现了超导体的完全抗磁性。 1950 年 F. London [6]指出超导体中电子的行为是集体运动的表现。 L N. Cooper [7]于 1956 年指出超导载流子是两个电子是以库珀对的形式结合在一起。库珀对等效为玻色子，大量库珀对在低温下形成玻色-爱因斯坦凝聚，表现出集体运动的行为，因此超导电流是宏观量子现象。由 Ginzburg-Landau[8]方程可知，超导电流是分布于超导体表面的。从这些研究可以看出超导态电流与正常态电流的传输性质有很大的不同。

在超导体没有电阻的概念，超导电流在并联电路中的分配与正常态的情况有不同的机制。本研究设计了一套实验装置用来测量超导体并联电路中电流在分支电路的分配，探讨其分配规则。

2 实验准备

2.1 实验原理

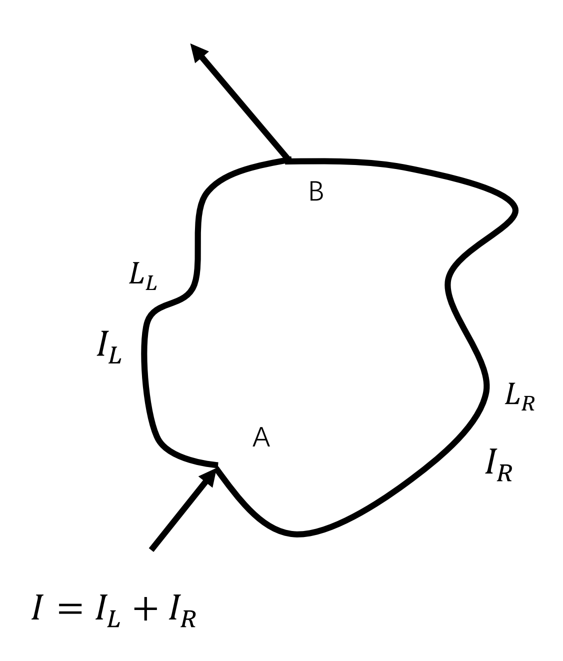


图 1 超导体组成的并联电路。L_L 与 L_R 为两侧线路的自感系数。

Fig.1. A parallel circuit composed of superconductor。L_L and L_R are self-inductance of the left and the right branches of parallel circuit.

设有如图 1 的超导体并联电路，两侧支路的自感系数分别为 L_L 和 L_R 。若有电流 I 流过该超导体并联电路，在并联电路两侧的电流分别为为 I_L 和 I_R 。电流 I_L 和 I_R 在并联电路组成的闭环中产生的磁通量改变为 $\Delta\Phi = L_L * I_L - L_R * I_R$ 。由超导体的电动力学可知，闭合超导回路的磁通量守恒， 即$\Delta\Phi = 0$ ， 由此可得 I_L/I_R=L_R/L_L ,这与 Charles P. Poole Jr.的结论[9]相符合。 超导电流在并联电路中的分配与并联支路的自感系数成反比。本实验工作将测量超导电流在并联电路支路的强度来验证这一规律。

2.2 样品制备

按照 $YBa_2Cu_3O_7$ 的成分称取 Y_2O_3、$BaCO_3$、CuO 原材料共 40 克，充分混合后，在 1133K 的温度下煅烧 20 小时，然后取出研磨成粉末，压制出两个质量各为 15 克，直径为 40 mm 的圆片，再经过 1203K 烧结 20 小时，待冷却后取出，加工成尺寸如图 2 所示的两个样品。

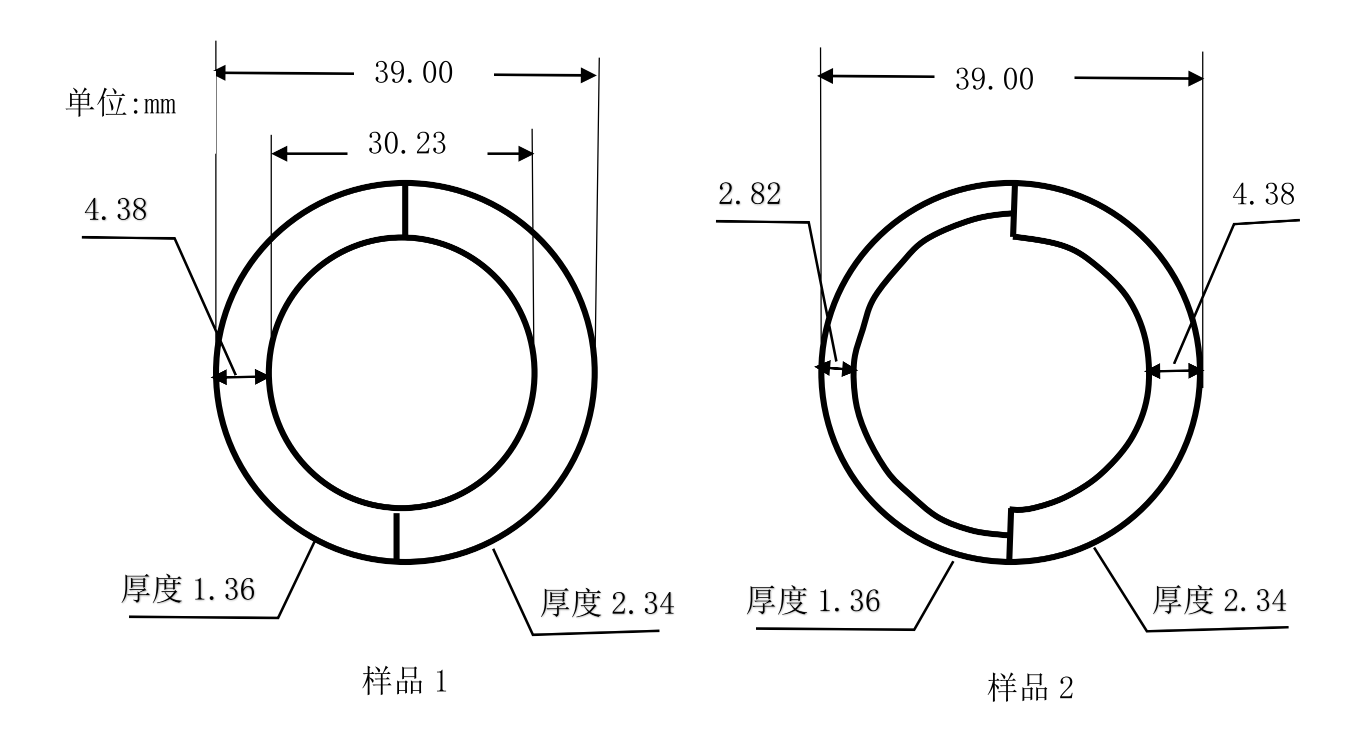


图 2 样品 1 与样品 2 的形状及尺寸。

Fig.2. Shape and size of the sample 1 and sample 2.

两个样品左侧半圆厚度均为 1.36mm，右侧半圆厚度均为 2.34mm。样品 1 圆环宽度为 4.38mm。而样品 2 左侧半圆的圆环宽度为 2.82mm，右侧半圆的圆环宽为 4.38mm。

2.3 样品安装

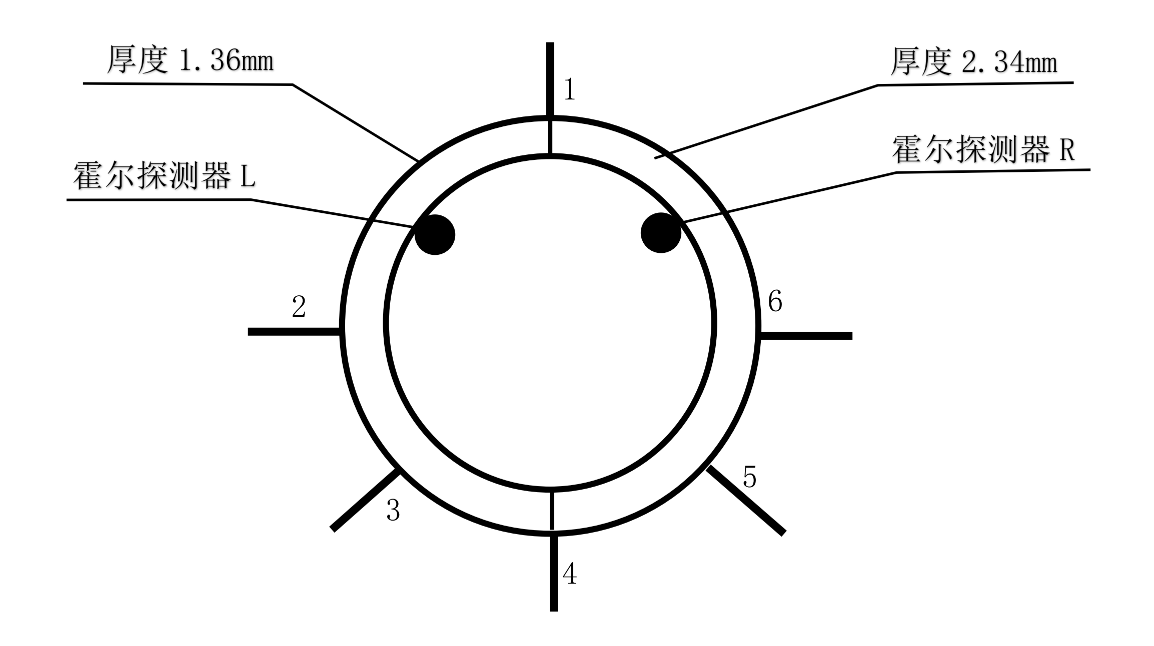


图 3 样品安装图。

Fig.3. Sketch of sample installation。

样品安装如图 3 所示，6 个电极与两个霍尔探测器均匀分布于圆环四周。霍尔探测器用来测量邻近导线电流激发的磁场，根据磁场大小及变化来判定导线中电流强度及变化。不论对于样品 1 还是样品 2，安装时电极 1 与 4 的左侧为样品厚度为 1.36mm 的部分，右侧为厚度为 2.34mm 的部分。测量时将样品置于可变温的低温环境，六个电极通过导线连接到测量仪器上。电极 1 是固定的电流输入输出端之一，另一端可分别切换到电极 2，3，4，5，6 上。

2.4 导线自感的计算

本实验要验证 I_L/I_R=L_R/L_L， 电流之比可以通过霍尔探测器来测量。自感之比 L_R/L_L 可以利用样品的形状及尺寸根据电极的位置来计算。

样品按图 3 所示安装。 虽然样品 1 与 2 左右两侧尺寸不同，但左右两侧各自是均匀的。设电极 1 与 4 左侧半圆单位长度圆弧的自感系数为$\boldsymbol{k_L}$ ，右侧半圆单位长度圆弧的自感系数为$\boldsymbol{k_R}$ 。 由于 6 个电极与两个霍尔效应探测器均匀分布在圆环上， 可以设电极 2、3、4、5、6 之间的弧长各为s ，电极 1 与 2 或 1 与 6 之间的弧长为 2s。 以电流流过电极 1 与 2 为例，则$L_L = 2sk_L$ ，$L_R = 4sk_R + 2sk_L$ ，$\frac{L_R}{L_L} = \frac{4sk_R+2sk_L}{2sk_L} = \frac{2k_R+k_L}{k_L}$ 。 若电流流过电极 1 与 5， 则$L_L = 4sk_L + sk_R$ ，$L_R = 3sk_R$ ，$\frac{L_R}{L_L} = \frac{3sk_R}{4sk_L+sk_R} = \frac{3k_R}{4k_L+k_R}$ 。对于其他电极的连接方式可以以此类推计算出 $\frac{L_R}{L_L}$ 。

电流在附近产生的磁通量是与导线的形状及分布有关的。对于样品 1，由于左右两侧半圆环的宽度相同，均为 4.38mm，因此可以取 $k_L = k_R$ 。对于样品 2，左侧半圆环宽度为 2.82mm，右侧半圆环宽度为 4.38mm，因此可以取 $\frac{k_L}{k_R} = \frac{4.38}{2.82} = 1.55$ 。由此可以算出样品 1 与 2 在各种连接方式下的 L_R/L_L 值。

2.5 超导转变温度测量

首先测量样品的超导转变温度。将样品 1 按图 3 装配好，置于低温环境。电极 2 与 6 接入恒流源，调节恒流源电流为 20mA。电压表接入电极 3 与 5，这样组成一个四探针测量系统。缓慢降低样品温度，监测电极 3 与 5 间的电压变化，测量结果如图 4 所示

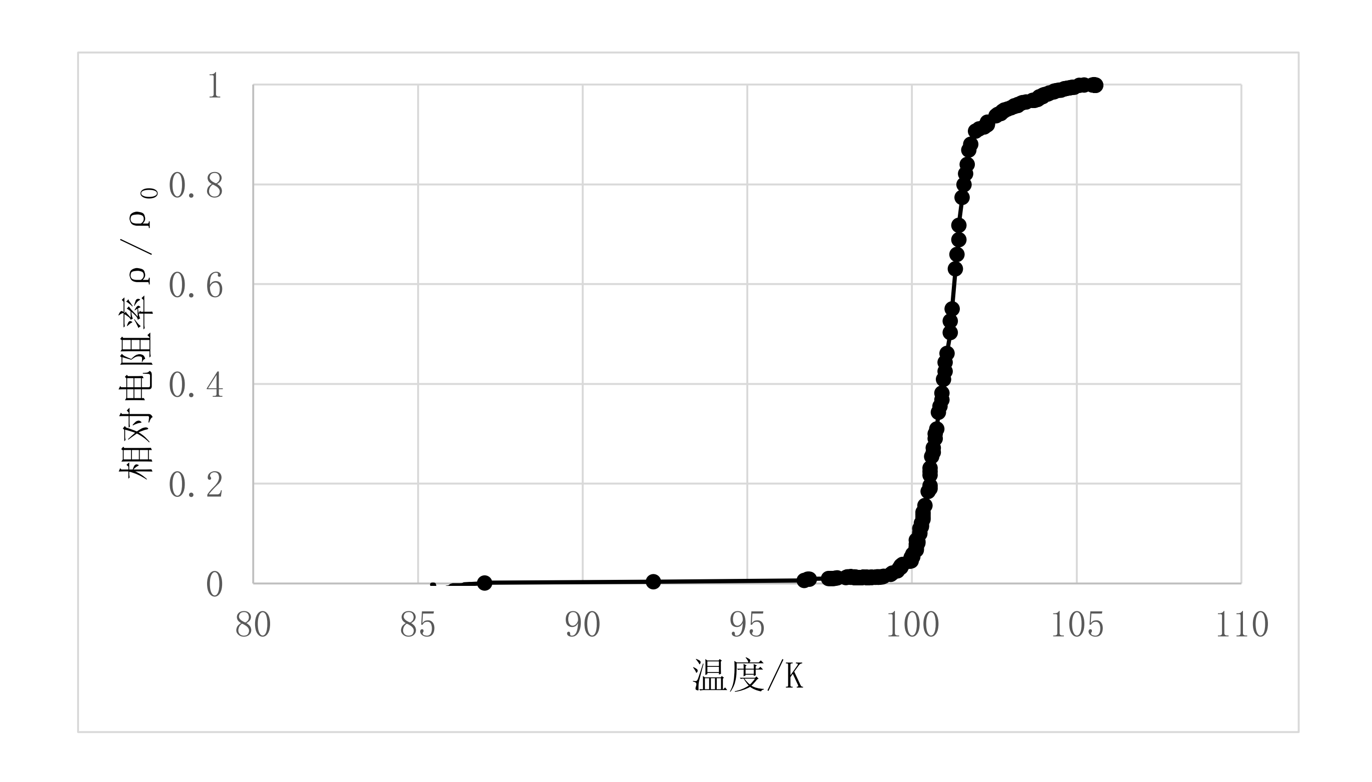


图 4　样品 1 超导转变温度的测量。

Fig.4. measurement of superconducting transition.

由图 4 可知，样品在 102K 发生超导转变，温度降低到 98K 时已完成了超导转变，达到了零电阻。

2.6 两个霍尔探测器的定标

将样品 1 按照图 3 安装。调节样品温度到工作状态。从电极 2、6 接入恒流源，调节恒流源输出电流强度为测量样品时的强度。 这时两个霍尔探测器测量的是相同的电流，可以利用此时的测量值对两个霍尔探测器进行定标，确定两个霍尔探测器测量值之间的等效关系。后续的样品测量值要用该等效关系进行调整。

3 样品测量与分析

调节样品温度到 108K。由图 4 可知，此时样品处于正常态。从电极 2、6 接入恒流源，调节恒流源输出电流强度 180mA，对霍尔探测器进行定标。

然后以电极 1 为一个固定接入点，另一接入点分别为电极 2、3、4、5、6，接入恒流源。调节恒流源输出电流强度为 180mA。 测量时通过改变恒流源输出电流的方向来观察两个霍尔探测器的霍尔电压变化。测量数据经定标数据修正后，左右两侧霍尔探测器的霍尔电压之比就表示两侧电流之比 I_L/I_R 。由此可以计算出电极两侧电流强度值。结果如表 1。

表 1 在 108K 时，样品处于正常态，电流在电极左右两侧的强度I_L 、 I_R 、I_L/I_R 和 R_R/R_L 随电极位置的变化。R_R/R_L是根据电极位置计算出的电极右侧与左侧电阻之比。

Table 1. The measurement at temperature 108K, the variation of I_L , I_R I_L/I_R and R_R/R_L with the change of position of electrode。 R_R/R_L is the ratio of electrical resistant calculated according to the position of electrode。

电极	I_L /mA	I_R/mA	I_L/I_R	R_R/R_L
1-2	119.70	60.32	1.98	2.16
1-3	98.16	81.84	1.20	1.11
1-4	68.45	111.55	0.61	0.58
1-5	47.26	132.74	0.36	0.38
1-6	31.10	148.90	0.21	0.23

从表 1 第四栏及第五栏的比较可以看出， I_L/I_R 与 R_R/R_L 大小与变化趋势都符合得非常好。即正常态下并联电路电流的分配与支路的电阻成反比，这符合正常态下电流的分配规则。这也可以表明样品的安装是合适的，设计的这套测量系统能够很好的工作。

将温度调节到 90.5K，由图 4 可知，此时样品处于超导态。调节恒流源输出电流强度为 100mA，重复以上的定标与测量过程。所得结果列于表 2。

表 2　超导状态下电流在电极左右两侧的强度随电极位置的变化。 第五栏是根据电极位置计算出来的电感之比 L_R/L_L。

Table 2. The measurement at temperature 90.5K, I_L and I_R are superconducting current in left and right sides of the electrode. L_R/L_L is the ratio of self-inductance calculated according to the position of the electrode。

电极	I_L/mA	I_R/mA	I_L/I_R	L_R/L_L
1-2	76.09	23.91	3.18	3.00
1-3	61.83	38.17	1.62	1.67
1-4	48.17	51.82	0.93	1.00
1-5	35.55	64.45	0.55	0.60
1-6	23.31	76.69	0.30	0.33

从表 2 第四栏及第五栏的比较可以看出 I_L/I_R 与 L_R/L_L 的数值大小与变化趋势都符合得非常好， I_L/I_R=L_R/L_L 关系成立， 即测量结果表明超导电流在并联电路中的分配与支路的自感系数

成反比。

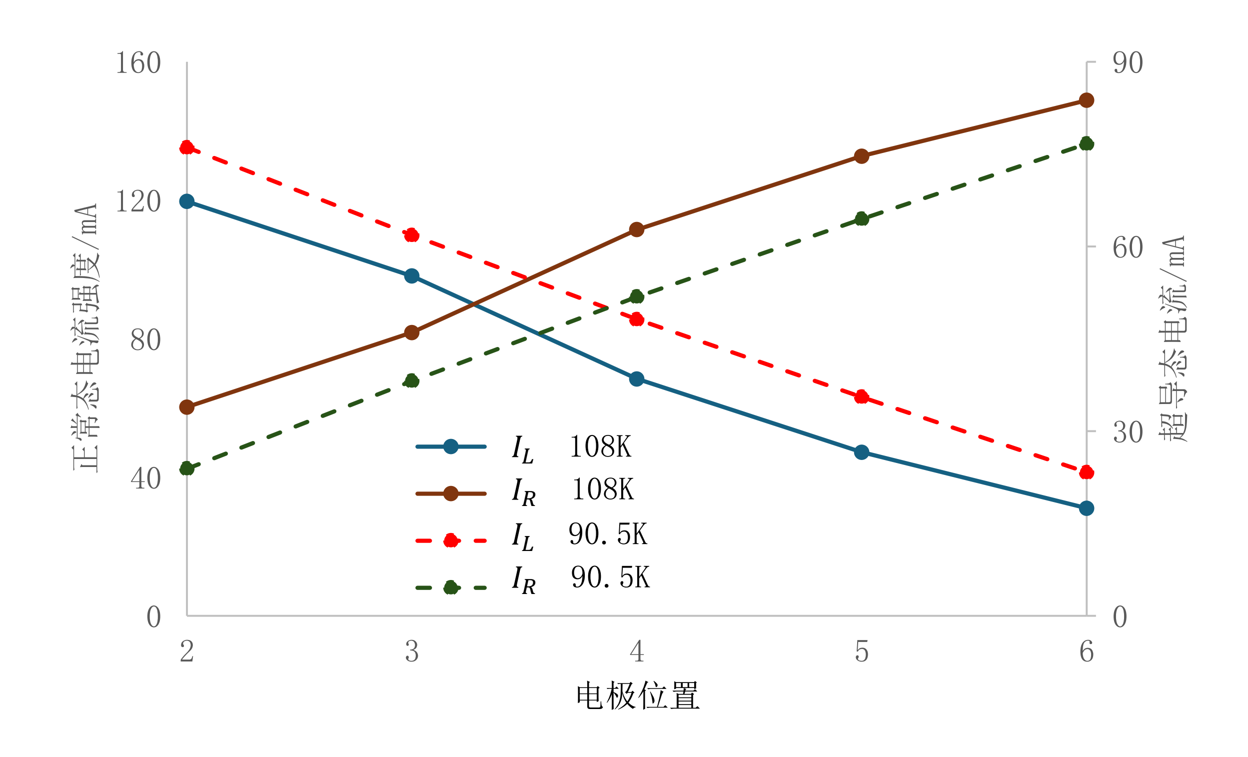


图 5 正常态(实线)与超导态(虚线)时 I_L 、 I_R 与电极位置之间的关系。

Fig.5. The relationship of I_L and I_R with the position of electrode in the normal state(solid lines) and in the superconducting state(dotted line)。

图 5 绘出了正常态(实线)与超导态(虚线)时 I_L 与 I_R 随电极位置改变而变化的情况。可以看出两者有很大的区别。以接入点为电极 1、4 时的情况为例，正常态时 I_L 比 I_R 小，$\frac{I_L}{I_R} = 0.61$，与正常态时的 R_R/R_L 计算值 0.58 一致。而超导态时$I_L \approx I_R$ 与超导态时L_R/L_L的计算值 1.00 相符合。

下图 6 是正常态时 I_L/I_R ，R_R/R_L 与超导态时 I_L/I_R ，L_R/L_L 随电极位置而变化的关系。

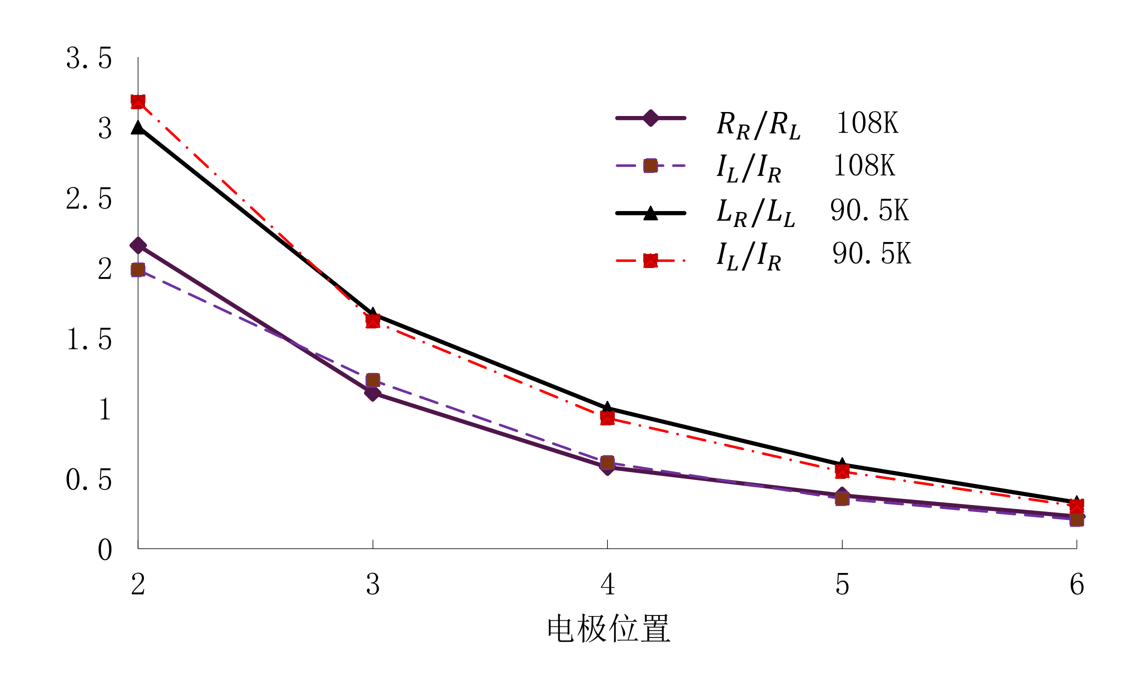


图 6 超导状态和正常状态下 I_L/I_R ， L_R/L_L 和 R_R/R_L 与电极位置之间的关系。 L_R/L_L 与 R_R/R_L 是根据电极位置计算出的理论值，以实线连接，超导态(90.5K)和正常状态(108K)下的 I_L/I_R 是实验测出的值，以虚线连接。

Fig. 6. The relationship of I_L/I_R , L_R/L_L and R_R/R_L with the position of electrode。 L_R/L_L and R_R/R_L (linked by solid lines)are calculated according to the position of electrodes. Two I_L/I_R lines (linked by dotted lines) are experimental data at temperature 108K and 90.5K respectively。

从图 6 可以看出，正常态时 I_L/I_R 与 R_R/R_L 一致，这符合正常态下并联电路的电流分配与电阻成反比的规律。超导态时 I_L/I_R 与 L_R/L_L 相一致，即超导电流在并联电路中的分配与支路的自感系数成反比。

对样品 1 在超导态的测量结果证实了超导电流在并联电路中的分配遵循 I_L/I_R=L_R/L_L 的结论。

样品 2 的尺寸与样品 1 不同，如果对样品 2 的测量也能得出一致的结果，将进一步巩固这一结论。

对样品 2 重复样品 1 相同的定标和测量过程，并计算各种连接方式时的 L_R/L_L 和 R_R/R_L 。正常态和超导态下的测量数据分别列于表 3、表 4。

表 3 样品 2 的测量结果，在 109K 时，样品 2 处于正常态，表中列出了电流在电极左右两侧的强度I_L 、 I_R 、I_L/I_R 和 R_R/R_L 随电极位置的变化。R_R/R_L是根据电极位置计算出的电极右侧与左侧电阻之比。

Table 3. The measurement of sample 2 at temperature 109K, The value of I_L , I_R I_L/I_R and R_R/R_L vary with the change of position of electrode。 R_R/R_L is the ratio of electrical resistant calculated according to the position of electrode。

电极	$\boldsymbol{I_L}$/mA	$\boldsymbol{I_R}$/mA	$\boldsymbol{I_L/I_R}$	$\boldsymbol{R_R/R_L}$
1-2	110.49	69.51	1.59	1.74
1-3	74.47	105.53	0.71	0.83
1-4	39.60	140.40	0.28	0.37
1-5	33.07	146.93	0.23	0.26
1-6	24.10	155.90	0.15	0.16

从表 3 第四栏及第五栏的比较可以看出， I_L/I_R 与 R_R/R_L 大小与变化趋势都符合得非常好，与正常态下电流在并联电路的分配机制相吻合。

表 4　样品 2 在超导状态下电流在电极左右两侧的强度随电极位置的变化。 第五栏是根据电极位置计算出来的电感之比 L_R/L_L。

Table 4. The measurement at temperature 84K, I_L and I_R are superconducting current in left and right sides of the electrode. L_R/L_L is the ratio of self-inductance calculated according to the position of the electrode。

电极	I_L/mA	I_R/mA	I_L/I_R	L_R/L_L
1-2	69.13	30.87	2.24	2.28
1-3	51.38	48.62	1.06	1.19
1-4	39.79	60.21	0.66	0.64
1-5	27.87	72.14	0.39	0.42
1-6	18.18	81.82	0.22	0.24

从表 4 第四栏及第五栏的比较可以看出， 不论电极如何改变， I_L/I_R=L_R/L_L 始终成立，即超导电流在并联电路中的分配与支路的自感系数成反比。与对样品 1 的测量结果一致。

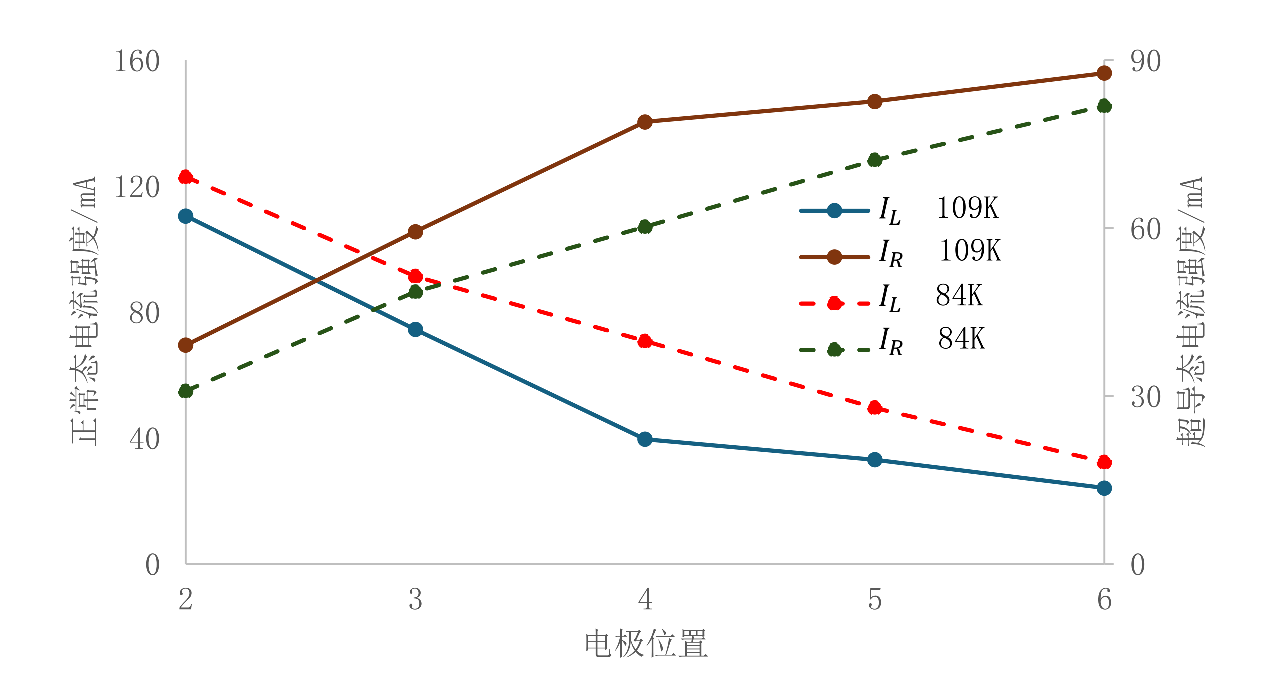


图 7 样品 2 在正常态(实线)与超导态(虚线)时 I_L 、 I_R 随电极位置的变化。

Fig.7. the relationship of I_L and I_R with the position of electrode in the normal state(solid lines) and in the superconducting state(dotted line)。

图 7 绘出了正常态(实线)与超导态(虚线)时 I_L 与 I_R 随电极位置改变而变化的情况。可以看出两者之间有较大的区别,正常态和超导态下并联电路中电流的分配是不同的。

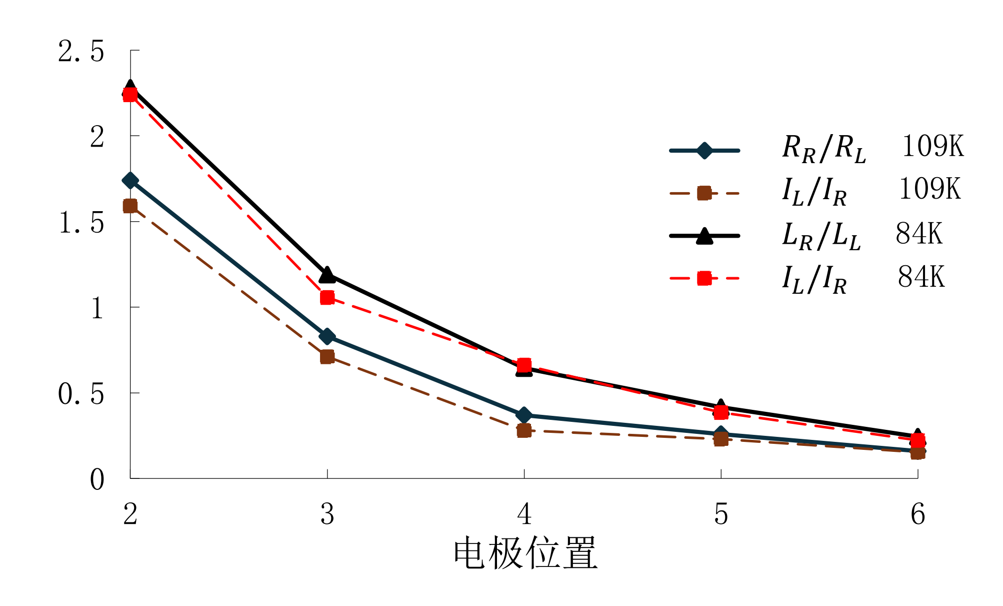


图 8 样品 2 在超导状态和正常态下 I_L/I_R ，L_R/L_L 和 R_R/R_L 与电极位置之间的关系。L_R/L_L 与 R_R/R_L 是根据电极位置计算出的理论值，以实线连接，超导态和正常状态下的 I_L/I_R 是实验测出的值，以虚线连接。

Fig. 8. the relationship of I_L/I_R ， L_R/L_L and R_R/R_L with the position of electrode in the superconducting state and normal state。 L_R/L_L and R_R/R_L (linked by solid lines)are calculated according to the position of electrodes. Two I_L/I_R lines (linked by dotted lines) are experimental data at temperature 109K and 84K respectively.

从图 8 可以看出，正常态时 I_L/I_R 与 R_R/R_L 一致，这符合正常态下并联电路的电流分配与电阻成反比的规律。 超导态时 I_L/I_R 与 L_R/L_L 相一致，再次验证了超导电流在并联电路中的分配与支路的自感系数成反比，与样品 1 的测量结果一致。

4 总结

在本实验中设计了一套超导电流的测量系统，用于测量超导电流在并联电路中的分配。 利用霍尔探测器测量超导电流周边的磁场来确定电流的强度与变化，用这套系统测量了两个不同尺寸样品的正常态下的电流分配，结果符合正常态下并联电路中电流的分配规则，因此可以确认这套系统的测量是准确和可靠的。

对两个样品在超导态下的测量显示，超导电流在并联电路支路中的分配与支路的自感系数成反比。与本文 section 2.1 的分析结果 I_L/I_R=L_R/L_L 一致。

5 致谢

作者感谢物理学院物理教育研究所的同事们的有益探讨，感谢物理与电信工程学院材料物理系的同事们给予的帮助。

6 参考文献

[1] Onnes H K. Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden.，1911，120b、122b、124c

[2] Bendnorz J G，Muller K A. Z. Phys. B-Condensed Matter，1986，64：189

[3] Kamihara Y，Watanabe T，Hirano M *et al*. J. Am. Chem. Soc.，2008，130(11)：3296

[4] Li D *et al*. Nature，2019，572：624

[5] Meissner W, Ochsenfeld R. Naturwissenschaften,1933,21:787

[6] London F. Superfliuds, Vol.1 New York:John Wiley and Sons,1950

[7] Cooper L N. Phys. Rev.,1956,104:1189

[8] Ginzburg V L and L D Landau. ЖЭТФ, 1950,20,1064

[9] Charles P. Poole, Jr. 2015 Superconductivity Second Edition, Elsevier(Singapore) Pte Ltd. P490